

5340

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

ФИЗИКА

Методические указания
к лабораторному практикуму

Рязань 2019

УДК 537.226.4

Физика: методические указания к лабораторному практикуму /Рязан. гос. радиотехн. ун-т; сост.: А.Е. Малютин, М.А. Буробин; под. ред. М.В. Дубкова. Рязань, 2019. 32 с.

Содержат сведения о проведении лабораторных работ по дисциплине «Физика». Рассмотрены устройство и принцип действия основных измерительных приборов, используемых в лабораторном практикуме. Описаны методы проведения простейших измерений различных физических величин и порядок обработки экспериментальных данных.

Предназначены для студентов всех направлений подготовки бакалавров и специальностей, изучающих дисциплину «Физика».

Ил. 13. Библиогр.: 10 назв.

Физические измерения, измерительные приборы, класс точности, погрешность, обработка экспериментальных данных

Печатается по решению редакционно-издательского совета Рязанского государственного радиотехнического университета.

Рецензент: кафедра общей и экспериментальной физики РГРТУ (зав. кафедрой доц. М.В. Дубков)

Физика

Составители: М а л ю т и н Александр Евгеньевич
Б у р о б и н Михаил Анатольевич

Редактор Р.К. Мангутова
Корректор С.В. Макушина

Подписано в печать 28.01.19. Формат бумаги 60×84 1/16.

Бумага писчая. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 2,0.

Тираж 200 экз. Заказ

Рязанский государственный радиотехнический университет.

390005, Рязань, ул. Гагарина, 59/1.

Редакционно-издательский центр РГРТУ.

ВВЕДЕНИЕ

Важной составляющей курса «Физика» является лабораторный практикум, который позволяет наиболее полно усвоить полученные теоретические знания. Главные задачи лабораторного практикума следующие:

- 1) экспериментальная проверка физических законов;
- 2) освоение методики измерений и приобретение навыков физического эксперимента;
- 3) изучение принципов работы физических приборов;
- 4) приобретение умения обработки результатов эксперимента.

Для успешного выполнения лабораторных работ необходимо также соблюдать приведенные далее методические указания.

1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Прежде чем приступить к выполнению лабораторной работы, студенту необходимо внимательно ознакомиться с ее методическим описанием, содержащим:

- 1) название работы, ее цель;
- 2) перечень приборов и принадлежностей;
- 3) элементы теории;
- 4) методику проведения работы;
- 5) порядок выполнения работы;
- 6) методику обработки результатов измерений;
- 7) контрольные вопросы.

Основная часть времени, выделенного на выполнение лабораторной работы, затрачивается на самостоятельную подготовку. Студент должен понимать, что методическое описание – это только основа для выполнения работы, что навыки экспериментирования зависят не от качества описания, а от отношения студента к работе и что формально, бездумно проделанные измерения – это потраченное впустую время. Если студент приступает к работе без чёткого представления о теории изучаемого вопроса, он не сможет понять физическое явление, не сумеет отделить изучаемый эффект от случайных ошибок, а также окажется не в состоянии судить об исправности и неисправности установки. Поэтому

этапу выполнения работы предшествует «допуск к работе». Этот этап необходим и по той причине, что в лабораторном практикуме часто изучаются темы, еще не прочитанные на лекциях и даже не включенные в лекционный курс. Прежде чем выполнять лабораторную работу, студенту необходимо разобраться в устройстве установки или макета, порядке проведения измерений, а также иметь представление о том, какие расчеты необходимо будет провести.

Выполнение каждой из запланированных работ заканчивается представлением отчета. Отчет о лабораторной работе студент должен начать оформлять еще на этапе подготовки к ее выполнению. Получая допуск к лабораторной работе, каждый студент должен представить преподавателю «заготовку» отчета, содержащую: оформленный титульный лист (см. рис. 1), цель работы, приборы и принадлежности, эскиз экспериментального макета, основные закономерности изучаемого явления и расчетные формулы. Чтобы сэкономить время при выполнении работы, рекомендуется заранее подготовить и таблицу для записи результатов измерений.

<p style="text-align: center;"> <i>Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Рязанский государственный радиотехнический университет Кафедра ОиЭФ</i> </p> <p style="text-align: center;"> <i>Лабораторная работа № 1-6 «Изучение вращательного движения на приборе Обербека»</i> </p> <p style="text-align: right;"> <i>Выполнил: ст. гр. 929 Иванов А.Б. Проверил: доцент Петров В.Г.</i> </p> <p style="text-align: center;"> <i>Рязань 2019</i> </p>
--

Рис. 1. Образец оформления титульного листа

После выполнения лабораторной работы необходимо согласовать полученные результаты с преподавателем. После этого нужно провести расчеты и оценку погрешности измерений согласно методическим указаниям.

Важным этапом также является защита лабораторной работы. В процессе защиты студент отвечает на вопросы преподавателя, касающиеся теории изучаемого явления, комментирует полученные в ходе работы результаты. При подготовке к защите лабораторной работы рекомендуется пользоваться дополнительной литературой, список которой приведен в методическом описании, а также конспектом лекций. От того, насколько тщательно студент готовился к защите лабораторной работы, во многом зависит и конечный результат его обучения.

2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ОБ ИЗМЕРЕНИЯХ

Измерение физической величины — процесс сравнения измеряемой величины с помощью технических средств с однородной ей величиной, условно принятой за единицу.

Различают прямые и косвенные измерения.

Прямым измерением называют измерение, при котором искомое значение величины находят непосредственно из данных опыта.

Косвенным измерением называют измерение, при котором искомое значение величины находят на основании известной функциональной зависимости между ней и величинами, являющимися результатами прямых измерений.

В физическом эксперименте любое измерение (прямое или косвенное) дает не истинное, а лишь приблизительное значение данной физической величины. Такое значение, найденное экспериментальным путем и максимально приближенное к истинному значению, называется **действительным значением** физической величины $x_{\text{действ}}$. В качестве действительного значения часто используется среднее арифметическое отдельных повторных измерений. Поэтому результат измерения имеет ценность только тогда, когда можно оценить его неопределённость. Характеристикой интервала неопределённости результата измерения является **погрешность результата измерения**. Погрешность может выражаться как в единицах измеряемой величины — **абсолютная погрешность** Δx , так и отношением абсолютной погрешности к действительному значению измеряемой величины — **относительная погрешность**:

$$\delta x = \frac{\Delta x}{x_{\text{действ}}} . \quad (1)$$

Фактически относительная погрешность показывает степень неточности полученного результата и часто указывается в процентах.

По источнику возникновения погрешности измерений делят на инструментальные, методические и субъективные.

Инструментальная погрешность – составляющая погрешности, обусловленная несовершенством применяемого средства измерения.

Методическая погрешность – составляющая погрешности, обусловленная несовершенством метода измерений. К ней относят погрешности, обусловленные отличием принятой модели объекта измерения от реального объекта, несовершенством способа воплощения принципа измерений, неточностью формул, применяемых при нахождении результата измерений, и другими факторами, не связанными со свойствами средства измерения.

Субъективная погрешность – составляющая погрешности, обусловленная индивидуальными особенностями оператора, т. е. погрешность отсчета оператором показаний по шкалам средства измерения. Они вызываются состоянием оператора, несовершенством органов чувств, эргономическими свойствами СИ.

По характеру проявления разделяют систематические, случайные и грубые погрешности.

Грубой погрешностью (промахом) называют погрешность, существенно превышающую ожидаемую при данных условиях погрешность. Она возникает, как правило, из-за ошибок или неправильных действий оператора (неверный отсчет, ошибка в записях или вычислениях, неправильное включение СИ и др.). Возможной причиной промаха могут быть сбои в работе технических средств. Естественно, что грубые погрешности должны быть обнаружены и исключены из ряда измерений.

Систематическая погрешность – составляющая погрешности, остающаяся постоянной или же закономерно изменяющаяся при повторных измерениях одной и той же величины. Систематические погрешности подлежат исключению, насколько возможно, тем или иным способом. Однако полностью исключить систематическую погрешность практически невозможно, и какая-то ее небольшая часть остается и в исправленном результате измерений. Эти остатки называются **неисключенной систематической погрешностью** (НСП).

Случайной погрешностью называется составляющая погрешности измерения, изменяющаяся случайным образом (по знаку и значению) при повторных измерениях одной и той же величины. Причины случайных погрешностей многообразны: шумы измерительного прибора, случайные колебания параметров электрической сети и условий измерений, погрешности округления отсчетов и многие другие. В появлении таких погрешностей не наблюдается какой-либо закономерности, они проявляются при повторных измерениях одной и той же величины в виде разброса результатов измерений. Поэтому оценивание случайных погрешностей измерений возможно только на основе математической статистики. В отличие от систематических, случайные погрешности нельзя исключить из результатов измерений путем введения поправок, однако их влияние можно существенно уменьшить проведением многократных измерений.

Значения измеряемой величины, отличающиеся от действительного значения не более чем на величину абсолютной погрешности, образуют **доверительный интервал** — $(x_{\text{действ}} - \Delta x; x_{\text{действ}} + \Delta x)$. Доверительным называют интервал, который покрывает неизвестное истинное значение физической величины с заданной надежностью. В качестве характеристики надежности используется доверительная вероятность.

Доверительная вероятность — это отношение числа измерений m , значения которых попадают в заданный диапазон значений измеряемой величины $(x_{\text{действ}} - \Delta x; x_{\text{действ}} + \Delta x)$, к общему (достаточно большому) числу полученных результатов измерения N , т.е. доля результатов, соответствующих некоторому диапазону значений измеряемой величины:

$$P = \frac{m}{N} . \quad (2)$$

Она показывает вероятность того, что полученное при измерениях действительное значение $x_{\text{действ}}$ отличается от истинного значения измеряемой величины не более чем на Δx .

Таким образом, результаты как прямых, так и косвенных измерений должны приводиться в виде

$$x = x_{\text{действ}} \pm \Delta x, \quad \delta x = \dots \%, \quad P = \dots \quad (3)$$

При записи результата измерения абсолютная и относительная погрешности округляются. Допустимы два способа округления погрешности:

1) упрощённый – если первая значащая цифра погрешности 1, 2 или 3, то в записи погрешности оставляются две значащие цифры, а если первая значащая цифра погрешности 4 или более – то оставляется одна значащая цифра;

2) усложнённый – оставляемые значащие цифры погрешности должны принадлежать ряду 5 – 6 – 7 – 8 – 9 – 10 – 12 – 14 – 16 – 18 – 20 – 25 – 30 – 35 – 40 – 45. При этом погрешность округления погрешности более равномерна во всём диапазоне и не превышает 10 %.

Измеренное значение величины округляется до того же разряда, до которого округлена погрешность.

3. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ О СРЕДСТВАХ ИЗМЕРЕНИЯ

Техническое средство, предназначенное для измерений, имеющее нормированные метрологические характеристики, называется **средством измерения**. К средствам измерения относятся меры физических величин, измерительные преобразователи, измерительные приборы, измерительные установки, измерительные системы и измерительно-вычислительные комплексы. В лабораторном практикуме «Физика» используются измерительные приборы и установки. **Измерительным прибором (ИП)** называется средство измерения, предназначенное для получения значений измеряемой физической величины в установленном диапазоне. Часто измерительным прибором называют средство измерений для выработки сигнала измерительной информации в форме, доступной для непосредственного восприятия оператора. **Измерительная установка** – это совокупность функционально объединенных измерительных приборов и других устройств, предназначенная для измерений одной или нескольких физических величин и расположенная в одном месте.

По типу измеряемых величин измерительные приборы делятся на приборы для измерения времени, для линейных измерений, электроизмерительные приборы и др.

Для всех средств измерений установлены метрологические характеристики. Согласно ГОСТ 8.009-84, **метрологическими характеристиками** называются технические характеристики, описывающие свойства средств измерений, оказывающие влияние на результаты и на погрешности измерений, предназначенные для оценки технического уровня

и качества средства измерений, для определения результатов измерений и расчетной оценки характеристик инструментальной составляющей погрешности измерений.

3.1. Основные метрологические характеристики ИП

3.1.1. Цена деления ИП

Значение измеряемой величины, вызывающей отклонение указателя на одно деление шкалы измерительного прибора, называется **ценой деления** прибора. В общем случае цена деления представляет собой разность значений измеряемой величины для двух соседних меток шкалы. Цена деления C зависит от верхнего x_{\max} и нижнего x_{\min} пределов измерений прибора и числа делений N , заключенных между этими пределами:

$$C = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{N}. \quad (4)$$

Пример. На рис. 2 приведена шкала прибора, предназначенного для измерения постоянного тока в пределах от 0 до 300 мА. Требуется определить цену деления прибора.

Как видно из рисунка, между пределами 0 и 300 мА заключено 60 малых делений. Тогда цена деления такого прибора

$$C = \frac{300 - 0}{60} = 5 \text{ мА/дел.}$$

3.1.2. Пределы измерений ИП

Значение измеряемой величины x_{\max} , при котором указатель прибора отклоняется до конца шкалы, называется **пределом измерения** данного прибора. Например, для миллиамперметра, шкала которого приведена на рис. 2, пределом измерения является ток величиной 300 мА.

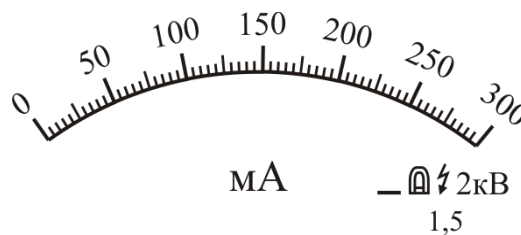


Рис. 2. Шкала миллиамперметра

Измерительные приборы могут иметь несколько пределов измерений. Такие приборы называются **многопредельными**, поскольку их схема предусматривает изменение интервалов измеряемой величины. Достоин-

ством таких приборов является возможность замены нескольких однотипных приборов с различными пределами измерений.

3.1.3. Погрешность ИП

Необходимо различать погрешность результата измерения и погрешность измерительного прибора (инструментальную погрешность), которая является только одной из составляющих погрешности результата измерения.

Абсолютной погрешностью ИП называется разность между точным значением измеряемой величины x_0 и показанием прибора:

$$\Delta x = x - x_0. \quad (5)$$

Абсолютная погрешность ИП не может сама по себе служить показателем точности. Поэтому для характеристики точности вводится понятие **относительной погрешности ИП**, представляющей собой отношение абсолютной погрешности ИП к точному значению измеряемой величины:

$$\gamma = \frac{\Delta x}{x_0}. \quad (6)$$

Относительная погрешность ИП выражается в относительных единицах или процентах.

Эта очень наглядная характеристика точности не всегда годится для нормирования погрешности ИП, так как для многих приборов может изменяться от нуля до бесконечности. Поэтому используется ещё одна разновидность погрешности – **приведённая погрешность ИП**. Она определяется как отношение абсолютной погрешности к протяжённости диапазона измеряемой величины:

$$\gamma_{np} = \frac{\Delta x}{x_k - x_n}, \quad (7)$$

где x_k и x_n – значения измеряемой величины в конце и начале шкалы соответственно. Если нулевая отметка находится вне шкалы, то x_n принимается равным нулю. Приведённая погрешность удобна тем, что для многопредельных ИП она одинакова во всех диапазонах измерения.

У различных измерительных приборов характер проявления погрешности может быть различен. При этом погрешности отдельных экземпляров ИП могут отличаться друг от друга. Поэтому, чтобы оценить погрешность, вносимую прибором в результат измерения, пользуются **нормированными погрешностями ИП**. Под нормированными пони-

маются погрешности, являющиеся предельными для данного типа ИП. Характеристика, определяющая гарантированные границы значений погрешности ИП, называется «**класс точности измерительного прибора**».

Согласно требованиям ГОСТа для указания классов точности не могут использоваться произвольные числа. Выраженные в процентах, они могут иметь значения: 6 – 4 – 2,5 – 1,5 – 1,0 – 0,5 – 0,2 – 0,1 – 0,05 и т.д. Приборы классов точности менее 0,5 % называются прецизионными и применяются в основном для точных лабораторных измерений. К техническим относятся приборы, значения классов точности которых лежат в пределах от 0,5 до 6 %. Приборы с погрешностью более 6 % считаются внеклассовыми.

Для определения класса точности погрешности ИП нормируются четырьмя различными способами.

1. ИП с погрешностью чувствительности

Если для измерительного прибора абсолютная погрешность Δx возрастает прямо пропорционально измеряемой величине, то такая погрешность называется погрешностью чувствительности (мультипликативной погрешностью), а класс точности определяется по нормированной относительной погрешности ИП:

$$\gamma_s = \frac{|\Delta_{\text{норм}} x|}{x_0}. \quad (8)$$

Если бы эта зависимость была всегда справедлива, то такие приборы были бы наиболее совершенны. Поэтому на приборах, нормированных по погрешности чувствительности, указываются границы диапазона, для которых такая оценка остается справедливой.

Класс точности γ_s в этом случае указывается на шкале прибора в виде числа, заключенного в кружок и выраженного в процентах (например, $\textcircled{2,5}$).

2. ИП с погрешностью нуля

Если для измерительного прибора абсолютная погрешность Δx остается постоянной для любых значений измеряемой величины, то такая погрешность называется погрешностью нуля (аддитивной погрешностью), а класс точности определяется по нормированной приведённой погрешности ИП:

$$\gamma_0 = \frac{|\Delta_{\text{норм}} x|}{x_k - x_n}. \quad (9)$$

Для приборов этого типа относительная погрешность возрастает с уменьшением измеряемой величины, поэтому рабочий диапазон ограничен значением величины, при котором нормированная относительная погрешность ИП достигает некоторой предельной величины (например, 10 %). Измерения в начальной части шкалы таких приборов недопустимы.

Класс точности γ_0 в этом случае указывается на шкале прибора в виде числа, выраженного в процентах, без дополнительных обозначений (например, 2,5).

3. ИП со смешанной погрешностью

Если измерительный прибор имеет одновременно и погрешность усиления, и погрешность нуля, то связь между абсолютной погрешностью и измеряемой величиной становится более сложной. В этом случае класс точности задаётся не одним числом, а двумя: γ_n – нормированная приведённая погрешность в нуле и γ_k – нормированная приведённая погрешность в конце диапазона.

Как и для ИП с погрешностью нуля, относительная погрешность возрастает с уменьшением измеряемой величины и рабочий диапазон ограничен. Однако рабочий диапазон ИП со смешанной погрешностью шире.

Класс точности в этом случае указывается на шкале прибора в виде дроби γ_n/γ_k , числа которой выражены в процентах (например, 1,5/2,5). Как правило, такой тип погрешности имеют цифровые вольтметры и другие высокоточные приборы.

4. ИП с резко неравномерной шкалой

Для ряда измерительных приборов погрешность не может быть нормирована рассмотренными способами, так как связь между погрешностью и измеряемой величиной является сложной. К приборам такого типа относятся, например, цифровые частотомеры и электронные омметры. Для этих приборов характерно наличие не только нижнего порога чувствительности, т.е. такой малой измеряемой величины, при которой относительная погрешность равна 100 %, но и верхнего порога чувствительности, когда при возрастании измеряемой величины относительная погрешность снова становится равной 100 %. Измерения на таких приборах проводятся только в средней части диапазона.

Для цифровых приборов класс точности задаётся тремя числами: Δ_0 – нижний порог, Δ_∞ – верхний порог и γ_s – погрешность чувствительности.

Для приборов, имеющих стрелочный указатель, класс точности прибора указывается как нормированная погрешность нуля по положению стрелки, т.е. в долях длины шкалы. При обозначении на шкале класс точности приводится в процентах и обозначается числом с галочкой (например, $\sphericalangle 2,5$).

3.2. Устройство и принцип действия ИП для линейных измерений

Простейшим прибором для линейных измерений является обычная линейка, знакомство с которой происходит еще в начальной школе. Цена деления линейки составляет обычно 1 миллиметр. Для лабораторного практикума по физике такая точность часто является недостаточной. Для более точных линейных измерений применяются *штангенинструмент* и *микрометрический инструмент*.

Отсчетными приспособлениями у всех конструкций штангенинструментов служат шкала штанги и нониус. Нониусом называется вспомогательная шкала, с помощью которой производят отсчет долей делений основной шкалы измерительных приборов. Существуют нониусы линейные, спиральные, угломерные (угловые) и другие. Принцип получения всех нониусов одинаков. Рассмотрим линейный нониус. Это дополнительная линейка, скользящая вдоль основной шкалы. Пусть число делений нониусной шкалы будет n , длина одного ее деления y , длина наименьшего деления основной шкалы x . Если будет выполняться соотношение $ny = (n \pm 1)x$, то эти две линейки образуют нониус. В случае выполнения условия $ny = (n-1)x$ имеем нониус первого рода или прямой. Разность

$$x - y = \frac{x}{n} \quad (10)$$

называется *точностью нониуса*.

Рассмотрим процесс измерения с помощью линейного нониуса (рис. 3). Пусть l – измеряемый отрезок. Совместим его начало с нулевым делением основной шкалы, и пусть при этом его конец окажется между m -м и $(m+1)$ -м делениями этой шкалы. Тогда $l = mx + \Delta$, где Δ – неизвестная пока доля $(m+1)$ -го деления основной шкалы, определяемая с помощью нониуса. Совместим с концом отрезка l ноль нониуса. Так как деления

нониуса не равны делениям основной шкалы, то обязательно на нем найдется такое деление k , которое совпадает с каким-то $(m+i)$ -м делением основной шкалы. Из рис. 3 видно, что расстояние AB между m -м и $(m+i)$ -м делениями основной шкалы выражается через деления нониуса, то есть

$$AB = ky + \Delta. \quad (11)$$

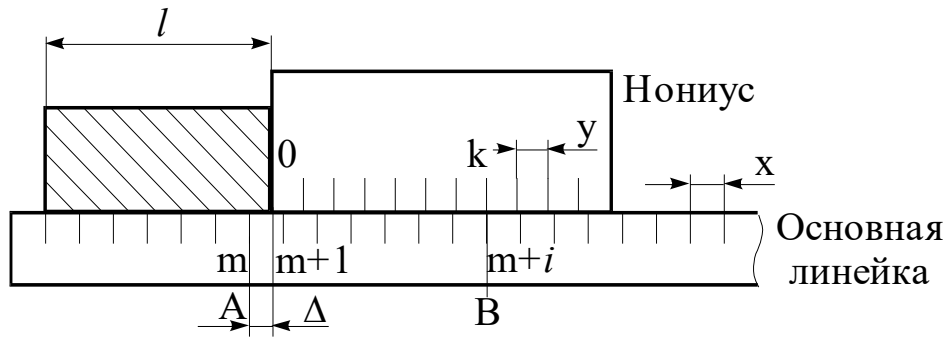


Рис. 3. Нониус

Подставив сюда y из равенства (10), получим

$$AB = k \frac{n-1}{n} x + \Delta = kx + \left(\Delta - \frac{k}{n} x \right), \quad (12)$$

где k — целое число. Так как $k < n$, то $\frac{k}{n} x < x$. Величина Δ также меньше x , но поскольку AB содержит целое число делений x (см. рис. 3), то разность $\left(\Delta - \frac{k}{n} x \right)$ в формуле (12) должна быть равна 0. Отсюда $\Delta = k \frac{x}{n}$.

Таким образом, длина отрезка

$$l = mx + k \frac{x}{n}. \quad (13)$$

Это значит, что длина отрезка, измеряемого с помощью нониуса, равна числу целых делений основной шкалы плюс точность нониуса, умноженная на номер деления нониуса, совпадающего с некоторым делением основной шкалы. Погрешность нониуса равна половине его точности.

Штангенциркуль служит для линейных измерений, не требующих высокой точности (рис. 4). Цена деления основной шкалы штанги обычно равна одному миллиметру, а нониусы обычно имеют точность отсчета 0,1; 0,05; 0,02 мм.

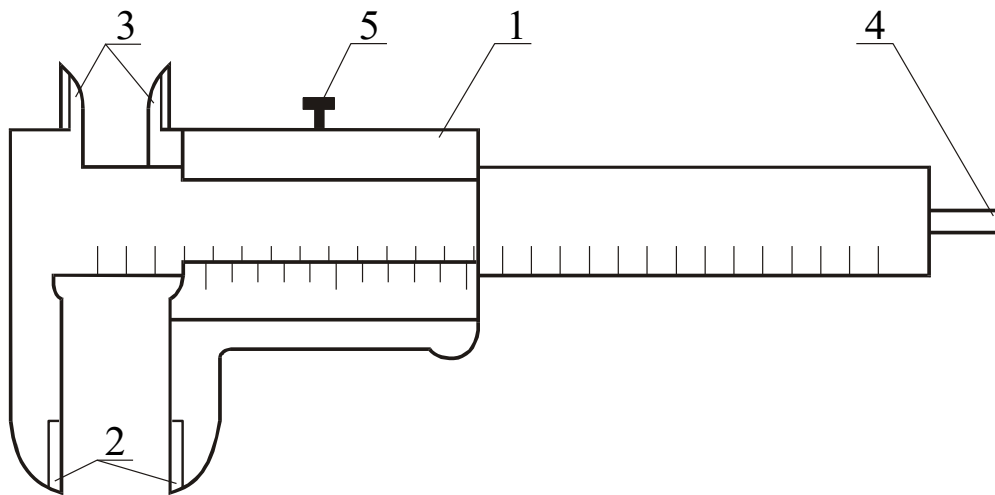


Рис. 4. Штангенциркуль

Нониус укреплен в подвижной рамке (или нанесен на нее), скользящей вдоль основной шкалы штанги. При нулевом показании инструмента нуль нониуса совпадает с нулевым штрихом основной шкалы. При измерении детали подвижная рамка 1 с нониусом смещается и деталь зажимается губками 2 штангенциркуля.

Существует несколько видов штангенциркулей. Они различаются типом и количеством измерительных губок, длиной штанги, типом нониусов или наличием вспомогательных деталей. При наличии у штангенциркуля верхних 3 и нижних 2 измерительных губок его можно применить для измерения как внутренних, так и внешних размеров. Часто штангенциркуль снабжается линейкой 4, служащей для измерения глубин. Винт 5 служит для закрепления рамки при измерениях.

Для более точных измерений применяют микрометрические инструменты. Они бывают нескольких типов: микрометр для наружных измерений, микрометрический глубиномер и микрометрический нутромер.

Микрометр для наружных измерений обычно представляет собой металлическую скобу 5 с цилиндром 6, на концах которой находятся неподвижный упор 2 и полый стержень 3, в который ввинчен микрометрический винт (рис. 5). При измерении предмет зажимается между упором 2 и подвижным концом стержня 3. Микровинт вращают трещоткой 4, при этом корпус барабана 1 перемещается поступательно относительно цилиндра 6.

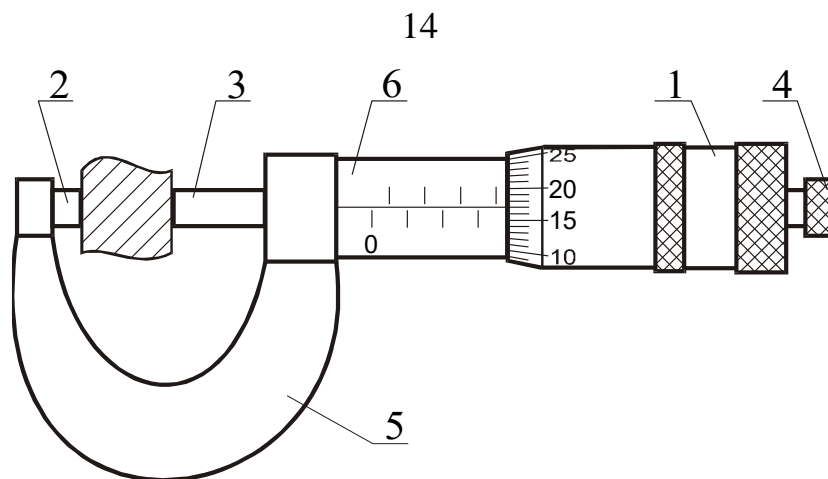


Рис. 5. Микрометр

Отсчет ведется по горизонтальной шкале, нанесенной на цилиндр 6, и по шкале барабана. Горизонтальная шкала представляет собой двойную шкалу с ценой деления 0,5 мм, нанесенную на обе стороны продольной черты таким образом, что верхняя шкала сдвинута относительно нижней на половину деления. Цена деления шкалы барабана может быть установлена следующим образом: пусть число делений круговой шкалы барабана $n=50$, а шаг микровинта $h=0,5$ мм. В этом случае одному полному обороту микровинта (а следовательно, и барабана) соответствует линейное перемещение края барабана и стержня 3 на 0,5 мм, т.е. **линейному перемещению 1 мм соответствуют 2 оборота барабана**. Значит, цена деления круговой шкалы

$$a = \frac{h}{n} = 0,01 \text{ мм.} \quad (14)$$

Отсчет производится следующим образом: по шкале стержня отсчитывается размер измеряемого предмета с точностью до 0,5 мм. Сотые доли миллиметра отсчитываются по круговой шкале барабана. Полученные результаты складываются. Порядок отсчета одинаков для всех микрометрических инструментов. На рис. 5 изображено для примера положение барабана, соответствующее длине 3,67 мм. На скобе микрометра обычно указываются пределы измерения: 0-25 мм, 0-50 мм и т.д.

Прежде чем приступить к измерениям с помощью микрометра, нужно убедиться в том, что при доведении винта до упора с помощью трещотки получается по обеим шкалам нулевой отсчет.

Необходимо иметь в виду, что правильный результат можно получить **лишь в том случае, если измеряемый предмет зажимается с помощью трещотки**.

3.3. Устройство и принцип действия основных электроизмерительных приборов

Термин «электроизмерительные приборы» представляет собой обобщённое название широкого класса устройств, предназначенных для измерения различных физических величин, преобразованных в электрический сигнал. Существуют три большие группы измерительных приборов: электромеханические, электронные аналоговые и цифровые.

3.3.1. Электромеханические измерительные приборы

Общим термином «электромеханические приборы» обозначают аналоговые средства измерения, содержащие измерительную схему ИС, измерительный механизм ИМ и отсчётное устройство ОУ (рис. 6). Измерительная схема представляет собой совокупность сопротивлений, индуктивностей и ёмкостей. Она преобразует измеряемую физическую величину X в некоторую новую величину Y , под воздействием которой происходит перемещение α подвижной части измерительного механизма, отсчитываемое с помощью отсчётного устройства. Таким образом, если выполняется однозначная зависимость $\alpha = f(X)$, то шкала отсчётного устройства может быть проградуирована в единицах измеряемой величины. В большинстве приборов выходным перемещением является угловое перемещение стрелки или зеркала.

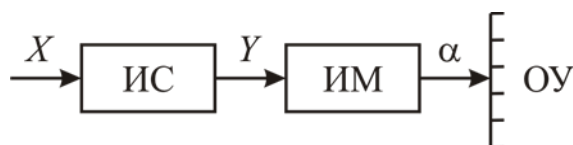


Рис. 6. Структурная схема электромеханического ИП

Электромеханические приборы отличаются простотой, дешевизной, высокой надёжностью, разнообразием применения и относительно высокой точностью. К этой группе принадлежат измерительные приборы магнитоэлектрической, электромагнитной, электродинамической, электростатической и индукционной систем.

3.3.2. Электронные аналоговые измерительные приборы

Электронные аналоговые приборы представляют собой сочетание электронной части, предназначенной для преобразования электрической

величины (выпрямления, усиления и др.), и измерительного прибора магнитоэлектрической системы или электронно-лучевой трубки. Электронные приборы по сравнению с электромеханическими обладают значительным быстродействием, большим диапазоном измеряемых величин. Они применяются в качестве вольтметров, частотомеров, осциллографов, измерителей сопротивления, емкости и индуктивности.

Электронный вольтметр

Структурная схема универсального электронного вольтметра, предназначенного для измерения напряжения в цепях постоянного и переменного тока, приведена на рис. 7. Она включает в себя следующие основные элементы: амплитудный детектор, входной высокоомный делитель, усилитель постоянного тока УПТ, добавочные резисторы, измерительный прибор ИП (микроамперметр магнитоэлектрической системы) и блок питания.

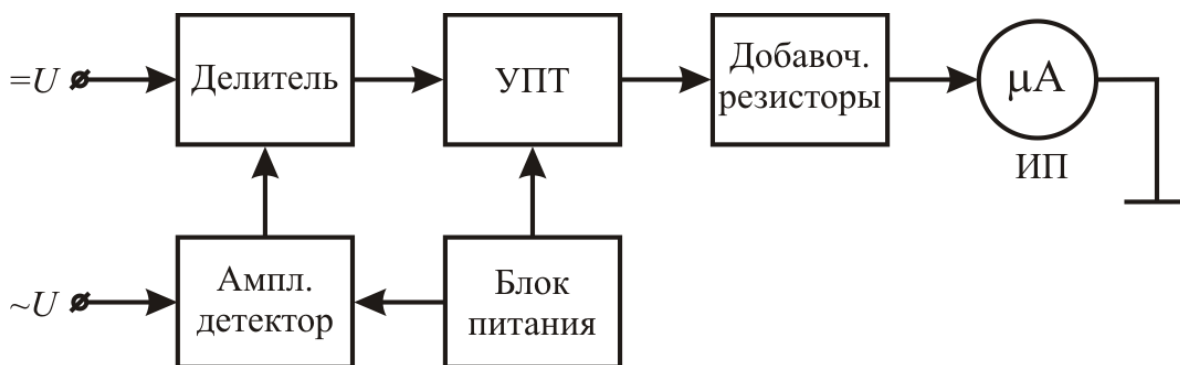


Рис. 7. Структурная схема электронного вольтметра

Измеряемый сигнал переменного тока подается на амплитудный детектор, после чего выпрямленное напряжение поступает на входной высокоомный делитель и далее – на вход УПТ. Измеряемый сигнал постоянного тока подается непосредственно на входной высокоомный делитель, минуя детектор. Нагрузкой УПТ является измерительный прибор ИП, оснащенный дополнительными резисторами, подключаемыми в соответствии с установленным диапазоном измерений. Блок питания прибора состоит из трансформатора, выпрямителей и стабилизатора напряжения. Он служит для питания УПТ и детектора.

Электронный омметр

Упрощенная схема электронного омметра приведена на рис. 8. Принцип работы омметра заключается в следующем. Измеряемое сопротивление R_x подключается непосредственно к входу усилителя постоянного тока УПТ и совместно с эталонным резистором R_0 образует делитель, на который подается постоянное напряжение $+1\text{ В}$, вырабатываемое источником питания. При таком подключении напряжение на измеряемом сопротивлении, отсчитываемое по шкале измерительного прибора (микроамперметра магнитоэлектрической системы), является однозначной функцией величины R_x :

$$U_x(R_x) = \frac{U_0 R_x}{R_0 + R_x}. \quad (15)$$

Вследствие этого шкала измерительного прибора может быть проградуирована в единицах сопротивления. Шкала такого прибора получается резко неравномерной. Начало шкалы соответствует сопротивлению $R_x = 0$, а на конце шкалы $R_x \rightarrow \infty$. Однако измерения наиболее точны для $R_x \approx R_0$. Поэтому для расширения диапазона измеряемых сопротивлений величина эталонного резистора R_0 изменяется в зависимости от установленного диапазона измерений.

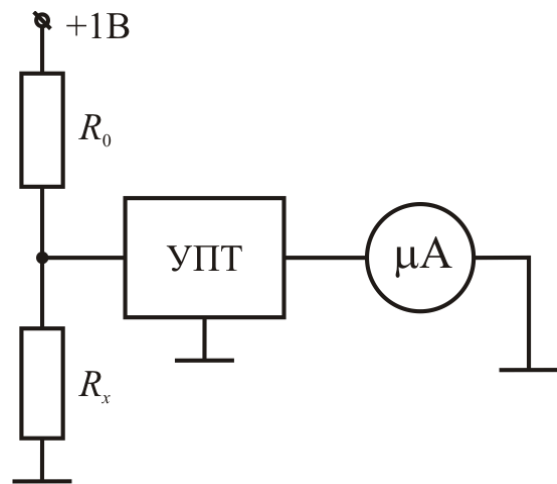


Рис. 8. Схема омметра

Электронный осциллограф

Осциллограф предназначен для визуального исследования быстропротекающих электрических процессов, а также для измерения их временных и амплитудных параметров.

Структурная схема осциллографа представлена на рис. 9. Она включает в себя следующие основные элементы: электронно-лучевую трубку ЭЛТ, генератор горизонтальной развертки, блок синхронизации, усилитель вертикального отклонения луча, усилитель горизонтального отклонения луча, калибратор, блок питания.

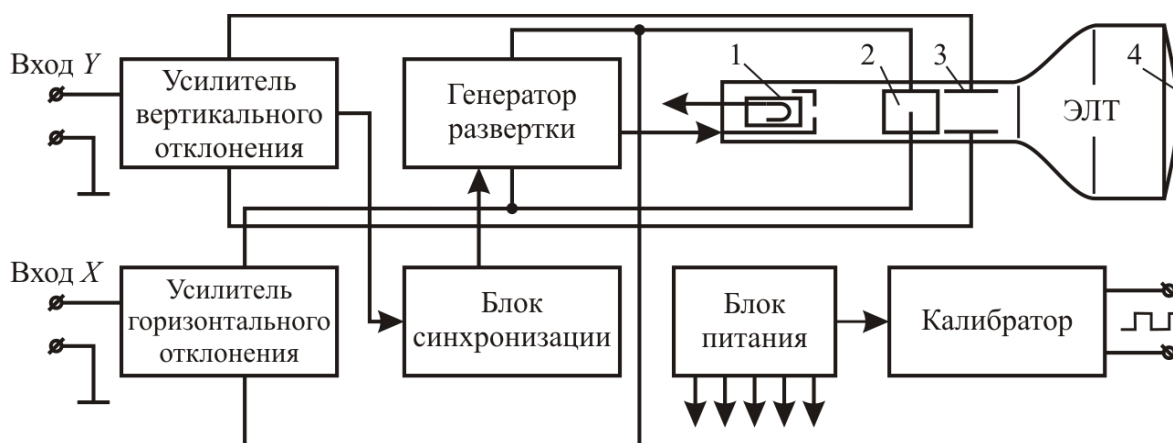


Рис. 9. Структурная схема осциллографа

Электронно-лучевая трубка представляет собой откачанную до высокого вакуума стеклянную колбу, внутри которой расположены электронная пушка 1, пластины горизонтального 2 и вертикального 3 отклонения электронного луча и флуоресцирующий экран 4. Электронная пушка предназначена для создания тонкого электронного пучка, с помощью которого на экране строится видимое изображение исследуемого сигнала.

Источником электронов в электронной пушке служит катод, выполненный в виде никелевого цилиндра, на торцевую поверхность которого нанесен оксидный слой. Электроны, эмитированные катодом, ускоряются полем первого анода, имеющего большой положительный потенциал. Между первым анодом и катодом помещен модулятор. Меняя отрицательное напряжение на модуляторе, можно изменять число электронов в пучке и соответственно яркость светящегося пятна на экране.

Катод, модулятор и первый анод составляют электронную линзу, конфигурация электростатического поля в которой обеспечивает предварительную фокусировку электронного потока. Окончательная фокусировка пучка осуществляется электронной линзой, образованной первым и вторым анодами.

На пути от электронной пушки к экрану сфокусированный электронный пучок проходит между двумя парами отклоняющих пластин 2 и 3. Напряжения, приложенные к пластинам, создают между ними электрические поля, которые отклоняют электронный луч, что приводит к смещению светящегося пятна на экране. Горизонтально расположенные пластины отклоняют луч по вертикали (вдоль оси Y), а вертикально расположенные – по горизонтали (вдоль оси X).

Для того чтобы на экране осциллографа можно было увидеть, как в некотором физическом процессе величина y меняется в зависимости от изменения другой физической величины x , т.е. $y = f(x)$, необходимо одновременно подать на горизонтально отклоняющие пластины напряжение U_x , пропорциональное x , а на вертикально отклоняющие – напряжение U_y , пропорциональное y . Тогда электронный луч начертит на экране линию исследуемой зависимости $y = f(x)$. Если при этом заставить луч неоднократно повторять один и тот же путь по экрану, то вследствие инерционности глаза наблюдатель увидит неподвижное изображение.

На практике часто приходится наблюдать изменение различных физических величин от времени, т.е. $y = f(t)$. Для этого на пластины горизонтального отклонения луча подается напряжение, изменяющееся прямо пропорционально времени. Такое напряжение вырабатывается генератором развертки и называется пилообразным. Под действием этого напряжения луч равномерно перемещается по экрану слева направо и, дойдя до крайнего правого положения, мгновенно возвращается в исходное состояние, после чего процесс движения луча повторяется. Обратный ход луча на экране не виден, поскольку электронная пушка на это время «запирается» подачей отрицательного импульса на модулятор.

3.3.3. Цифровые измерительные приборы

В цифровых измерительных приборах (ЦИП) осуществляется преобразование входной непрерывной измеряемой величины в код, т.е. в дискретную величину с представлением результата в виде числа. Для образования кода любая непрерывная величина, ограниченная некоторыми предельными значениями, квантуется по времени и по уровню. При квантовании теряется часть информации, но полученное значение величины известно с точностью, определяемой шагом квантования.

Достоинствами ЦИП являются высокая точность, удобство и объективность отсчета измеряемой величины, высокая помехоустойчивость и возможность сочетания с вычислительной техникой. Недостатками ЦИП являются их сложность и высокая стоимость.

Цифровой вольтметр

Структурная схема цифрового вольтметра показана на рис. 10. В ее состав входят: делитель входного напряжения, усилитель постоянного

тока УПТ, аналого-цифровой преобразователь АЦП, дешифратор кодов, цифровой индикатор.

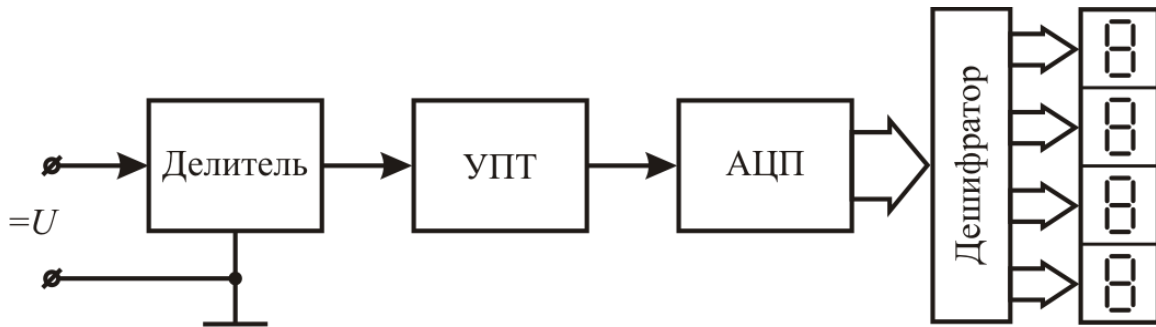


Рис. 10. Структурная схема цифрового вольтметра

При измерении переменного напряжения и тока входная часть схемы дополняется детектором, осуществляющим выпрямление сигнала, а также измерительным источником опорного напряжения в случае измерения сопротивления.

Работу цифрового вольтметра рассмотрим на примере измерения напряжения постоянного тока. Входное напряжение в зависимости от его величины либо ослабляется входным делителем, либо, если его величина мала, усиливается усилителем постоянного тока. С выхода усилителя постоянного тока сигнал поступает на АЦП, в котором осуществляется преобразование аналоговой величины в двоичный параллельный код. Далее двоичный параллельный код поступает на дешифратор, где происходит его преобразование в коды, необходимые для управления цифровым индикатором. Цифровой индикатор предназначен для отображения информации и входной величины в удобной для зрительного восприятия форме.

3.3.4. Инструментальные погрешности электроизмерительных приборов

1. ИП с погрешностью чувствительности

Если класс точности γ_s указан в виде числа в кружке, то относительная погрешность, выраженная в процентах, принимается равной классу точности ИП, а абсолютная находится из формулы (8):

$$\Delta_{\text{ИП}} = \frac{\gamma_s x}{100 \%}. \quad (16)$$

2. ИП с погрешностью нуля

Если класс точности γ_0 указан в виде числа без дополнительных обозначений, то абсолютная погрешность принимается равной приведённой погрешности ИП:

$$\Delta_{\text{ип}} = \frac{\gamma_0 (x_k - x_n)}{100 \%}. \quad (17)$$

3. ИП со смешанной погрешностью

Если класс точности указан в виде двух чисел через дробь γ_n/γ_k , то сначала вычисляется относительная погрешность, а абсолютная находится из формулы (8):

$$\Delta_{\text{ип}} = \frac{x}{100 \%} \left(\gamma_k + \gamma_n \left(\frac{(x_k - x_n)}{x} - 1 \right) \right). \quad (18)$$

4. ИП с резко неравномерной шкалой

Если класс точности ИП указан в виде γ_{\angle} , то для определения погрешности требуется знать формулу шкалы $l = f(x)$, т.е. зависимость положения стрелки от значения измеряемой величины. Тогда погрешность можно определить по формуле

$$\Delta_{\text{ип}} = \frac{\gamma}{100 \%} \frac{L}{f'(x)}. \quad (19)$$

где L – длина шкалы.

Например, для электронного омметра положение стрелки прямо пропорционально напряжению U_x , поэтому формула шкалы соответствует выражению (15). Тогда погрешность может быть найдена по формуле

$$\Delta_{\text{ип}} = \frac{\gamma}{100 \%} R_0 \left(1 + \frac{R}{R_0} \right)^2, \quad (20)$$

где R_0 – множитель, указанный на переключателе диапазонов.

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРОВЕДЕНИЮ ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Прямые измерения величины x и оценку погрешности их результатов необходимо производить по следующему плану.

1. Проведение замеров величины x . Проводится серия от 3 до 20 замеров величины x . Результаты измерений заносятся в таблицу. Далее исключаются «промахи». Вводятся поправки на известную систематическую погрешность (например, смещение стрелки измерительного при-

бора с нулевого положения, влияние изменения температуры при проведении измерений и др.). Заполняется таблица скорректированных результатов измерений величины x .

2. В качестве действительного значения измеряемой величины принимается $\langle x \rangle$ – среднее арифметическое значение результатов отдельных замеров, которое находится по формуле

$$\langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (21)$$

где x_i – результат i -го замера величины x , n – число измерений.

3. Оценка неисключенной систематической погрешности Δ_C . Считаем, что основной вклад в нее вносит инструментальная погрешность, которая определяется классом точности ИП и рассчитывается по формулам (16)–(20) для найденного действительного значения. Тогда

$$\Delta_C = k \Delta_{\text{ип}}, \quad (22)$$

где k – коэффициент, определяемый выбранной доверительной вероятностью P согласно таблице:

P	0,9	0,95	0,99
k	0,95	1,1	1,4

В лабораторном практикуме рекомендуется выбирать $P = 0,95$.

Если же на измерительном приборе класс точности не указан (линейка, штангенциркуль, микрометр и т.д.), то систематическая погрешность определяется его ценой деления C и рассчитывается по формуле

$$\Delta_C = k \frac{C}{2}. \quad (23)$$

В том случае, когда разброс результатов отдельных замеров отсутствует, погрешность величины x определяется только систематической составляющей и точность измерений может быть повышена применением ИП с меньшим значением класса точности (меньшей ценой деления), например использованием микрометра вместо штангенциркуля.

4. При наличии разброса результатов отдельных замеров проводится расчет случайной погрешности. Для этого сначала проводится расчет отклонений результатов замеров от действительного значения измеряемой величины по формуле

$$\Delta x_i = x_i - \langle x \rangle. \quad (24)$$

Должно выполняться условие $\sum \Delta x_i \approx 0$ (отличие от нуля может быть только из-за округления при расчете отклонений).

Далее определяется среднеквадратическое отклонение результатов замеров по формуле

$$\sigma_{\text{сл}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n(n-1)}}. \quad (25)$$

Определение **коэффициента Стьюдента** t_c . Коэффициент Стьюдента — коэффициент, учитывающий изменение ширины доверительного интервала при использовании конечного числа проведенных замеров измеряемой величины. Коэффициент Стьюдента находится из таблицы по известным n и P :

n	P		
	0,9	0,95	0,99
2	6,31	12,7	63,7
3	2,92	4,30	9,92
4	2,35	3,18	5,84
5	2,13	2,78	4,60
6	2,02	2,57	4,03
7	1,94	2,45	4,71
8	1,90	2,36	3,50
9	1,86	2,31	3,36
10	1,83	2,26	3,25
15	1,76	2,14	2,98
20	1,73	2,10	2,88

Проводится оценка случайной погрешности по формуле

$$\Delta_{\text{сл}} = t_c \sigma_{\text{сл}}. \quad (26)$$

5. Оценка полной погрешности результата измерения величины x . Абсолютная погрешность величины x находится по формуле

$$\Delta x = \sqrt{\Delta_c^2 + \Delta_{\text{сл}}^2}. \quad (27)$$

Относительная погрешность величины x находится по формуле

$$\delta x = \frac{\Delta x}{\langle x \rangle}. \quad (28)$$

6. Запись результата измерения величины в виде

$$x = x \pm \Delta x, \quad \delta x = \dots\%, \quad P = \dots \quad (29)$$

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРОВЕДЕНИЮ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

В лабораторном практикуме многие физические величины, например момент инерции или концентрация носителей заряда, не могут быть найдены прямыми измерениями. Такие физические величины определяются косвенным методом с учетом их функциональной зависимости от других физических величин, которые могут быть измерены прямыми методами.

Пусть физическая величина A связана с другими физическими величинами x_1, x_2, \dots, x_n зависимостью:

$$A = f(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (30)$$

При этом физические величины x_i являются результатами прямых (или других косвенных) измерений и представлены в виде

$$x_i = \langle x_i \rangle \pm \Delta x_i, \quad \delta x_i = \dots \%, \quad P = \dots \quad (31)$$

Тогда действительное значение величины A может быть найдено через действительные значения величин x_i :

$$\langle A \rangle = f(\langle x_1 \rangle, \langle x_2 \rangle, \dots, \langle x_n \rangle). \quad (32)$$

Для нахождения погрешности косвенного измерения можно воспользоваться тем, что для малых приращений однопараметрической функции $A = f(x)$ и ее аргумента справедливо соотношение:

$$\frac{\Delta A}{\Delta x} \approx \frac{df(x)}{dx}.$$

Тогда абсолютная погрешность физической величины A , зависящей от одного параметра, можно найти как

$$\Delta A = \left| \frac{df}{dx} \right|_{x=\langle x \rangle} \Delta x. \quad (33)$$

В математической статистике показывается, что если отклонения физических величин x_i от их действительных значений не зависят друг от друга (не коррелируют), то абсолютная погрешность величины A , определяемой функцией (30), находится по формуле

$$\Delta A = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \Delta x_i^2}, \quad (34)$$

где значения частных производных вычисляются для действительных значений величин x_i .

Относительная погрешность величины A равна

$$\delta A = \frac{\Delta A}{\langle A \rangle}. \quad (35)$$

Результат косвенных измерений величины A записывается в виде:

$$A = \langle A \rangle \pm \Delta A, \quad \delta A = \dots\%, \quad P = \dots \quad (36)$$

Формулы расчета ΔA и δA для наиболее распространенных функциональных зависимостей приведены в таблице (a, b – константы).

$A = f(x, \dots)$	ΔA	δA
ax^b	$ ab\langle x \rangle^{b-1} \Delta x$	$ b \delta x$
ax	$ a \Delta x$	δx
x^2	$2 \langle x \rangle \Delta x$	$2 \delta x$
\sqrt{x}	$\frac{\Delta x}{2\sqrt{\langle x \rangle}}$	$\frac{1}{2} \delta x$
$\frac{1}{x}$	$\frac{\Delta x}{\langle x \rangle^2}$	δx
$\ln(x)$	δx	$\frac{\delta x}{ \ln(\langle x \rangle) }$
ae^{bx}	$ ab e^{bx} \Delta x$	$ b \Delta x$
$\sin(x)$	$ \cos(\langle x \rangle) \Delta x$	$ \operatorname{ctg}(\langle x \rangle) \Delta x$
$\cos(x)$	$ \sin(\langle x \rangle) \Delta x$	$ \operatorname{tg}(\langle x \rangle) \Delta x$
$\operatorname{tg}(x)$	$\frac{\Delta x}{\cos^2(\langle x \rangle)}$	$\frac{\Delta x}{ \sin(2\langle x \rangle) }$
$\operatorname{ctg}(x)$	$\frac{\Delta x}{\sin^2(\langle x \rangle)}$	$\frac{\Delta x}{ \sin(2\langle x \rangle) }$

$ax + by$	$\sqrt{a^2 \Delta x^2 + b^2 \Delta y^2}$	$\frac{\sqrt{a^2 \Delta x^2 + b^2 \Delta y^2}}{ a\langle x \rangle + b\langle y \rangle }$
$x^a y^b$	$ \langle x \rangle^a \langle y \rangle^b \sqrt{a^2 \delta x^2 + b^2 \delta y^2}$	$\sqrt{a^2 \delta x^2 + b^2 \delta y^2}$
xy	$\sqrt{\langle y \rangle^2 \Delta x^2 + \langle x \rangle^2 \Delta y^2}$	$\sqrt{\delta x^2 + \delta y^2}$
$\frac{x}{y}$	$\left \frac{\langle x \rangle}{\langle y \rangle} \right \sqrt{\delta x^2 + \delta y^2}$	$\sqrt{\delta x^2 + \delta y^2}$

При проведении косвенных измерений необходимо учитывать, что в выражение (30), как правило, входят константы, многие из которых являются иррациональными числами (например, π или ε_0). Такие константы при вычислениях округляются, следовательно, имеют погрешность округления, которая влияет на погрешность результата косвенного измерения. Оценка этого влияния производится по тем же формулам, что и для физических величин x_i .

Например, для оценки влияния погрешности округления числа π вычисляется величина

$$\Delta A_\pi = \left| \frac{\partial f}{\partial \pi} \Delta \pi \right|, \quad (37)$$

где частная производная находится так, как если бы π было переменной, а $\Delta \pi$ – это погрешность округления. Число π должно округляться до такого разряда, чтобы ΔA_π было много меньше величины погрешности ΔA , рассчитанной по формуле (34).

6. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ГРАФИЧЕСКОМУ ПРЕДСТАВЛЕНИЮ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

6.1. Построение графиков физических величин

Одной из наиболее частых задач в лабораторном практикуме является установление характера зависимости одной физической величины от другой. Такие зависимости удобно представлять в графическом виде. Построение графиков проводится по следующим правилам:

- 1) графики строятся карандашом на миллиметровой бумаге;
- 2) размеры графика не должны быть меньше 150×150 мм;

3) на лист наносятся координатные оси, на концах которых наносятся обозначения физических величин и их единицы измерения; при необходимости единицы измерения указывают с множителем, например « D , 10^{-6} Кл/м²»;

4) масштабные деления наносятся на оси так, чтобы расстояние между делениями составляло 1, 2, 5 единиц или $10^{\pm n}$, $2 \cdot 10^{\pm n}$, $5 \cdot 10^{\pm n}$, где n – целое число;

5) точка пересечения осей необязательно должна соответствовать нулю – начало отсчета по осям и масштаб следует выбирать так, чтобы:

– кривая (прямая) заняла все поле графика;

– углы между касательными к кривой и осями должны быть близки к 45° (или 135°) по возможности в большей части графика;

6) значения физических величин обозначают на графике маленькими кружочками, треугольниками, квадратами, причем числовые значения, соответствующие нанесенным точкам, не выносятся на оси;

7) от каждой точки вверх и вниз, вправо и влево откладываются в виде отрезков соответствующие погрешности в масштабе графика; если погрешность совпадает с наименьшей ценой деления шкалы, то она не откладывается;

8) после нанесения точек проводится предсказанная теорией плавная кривая или прямая так, чтобы она пересекала все области погрешностей, если это невозможно, суммы отклонений экспериментальных точек снизу и сверху кривой должны быть близки;

9) графику дают название, кратко отражающее содержание построенной зависимости; все графические символы, использованные при построении, поясняют в подписи к графику, которую располагают под графиком или на не занятой кривой части поля.

Пример построения графика приведен на рис. 11.

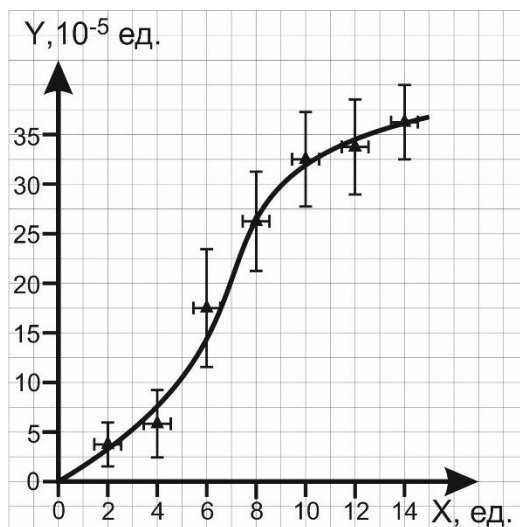


Рис. 11. Пример построения графика

6.2. Определение параметров линейной аппроксимации

В экспериментах часто требуется построить график зависимости полученной в работе физической величины y от физической величины x , аппроксимируя эту зависимость линейной функцией $y = kx + b$ или $y = kx$, где k и b – постоянные. Графиком такой зависимости является прямая линия, а коэффициенты k и b часто сами являются основной целью эксперимента. Естественно, что коэффициенты в этом случае представляют собой также физические величины, которые должны быть определены с присущей данному эксперименту точностью.

К такому типу зависимостей относится, например, закон Ома: $U = RI$, где напряжение U соответствует y , сила тока I – x , а сопротивление R представляет собой коэффициент k . Даже в тех случаях, когда зависимость между физическими величинами нелинейная, часто можно преобразовать ее в линейную. Для этого на осях графика надо откладывать не сами эти величины, а некоторые функции от них. Например, сопротивление R полупроводника зависит от температуры T по закону

$$R = R_0 e^{\frac{\Delta E}{kT}}, \quad (38)$$

где k – постоянная Больцмана, а ΔE – ширина запрещенной зоны (один из важнейших параметров полупроводника). Логарифмируя эту зависимость, получаем:

$$\ln(R) = \Delta E \frac{1}{kT} + \ln(R_0). \quad (39)$$

Таким образом, если по оси y отложить $\ln(R)$, а по оси x – $1/kT$, то получим линейную зависимость, коэффициент наклона k которой равен ширине запрещенной зоны ΔE .

Для нахождения коэффициентов k и b и их погрешностей существует много методов. Одним из наиболее простых методов является графический. Для нахождения коэффициентов строится график зависимости по описанным в предыдущем пункте правилам, при этом полученная прямая линия проводится до пересечения с осью ординат (рис. 12). Ордината точки пересечения будет равна b . Для нахождения коэффициента k определяется приращение ординаты Δy , соответствующее некоторому произвольно выбранному приращению абсциссы Δx . Тогда коэффициент наклона будет равен

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x}. \quad (40)$$

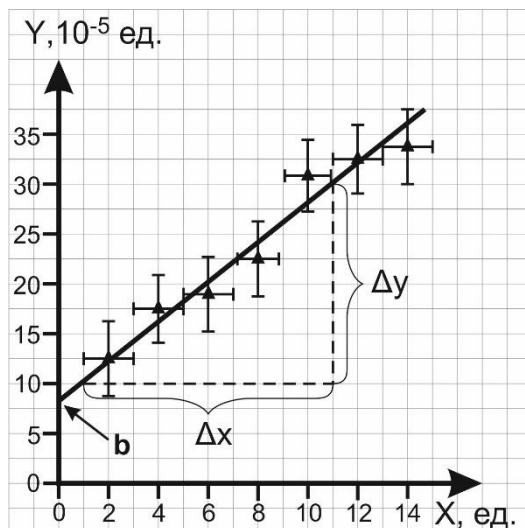


Рис. 12. Пример нахождения коэффициентов k и b

Для вычисления погрешности коэффициента k выбирается экспериментальная точка, имеющая наибольшее, с учетом ее погрешности, отклонение от графика в вертикальном направлении Δy_{\max} , как указано на рис.13, а. Тогда относительная погрешность коэффициента k , обусловленная неточностью значений y , будет равна

$$\delta k_y = \frac{\Delta y_{\max}}{y_{\max} - y_{\min}}. \quad (41)$$

Аналогично относительная погрешность коэффициента k , обусловленная неточностью значений x , будет равна

$$\delta k_x = \frac{\Delta x_{\max}}{x_{\max} - x_{\min}}. \quad (42)$$

Полная погрешность будет определяться по формуле

$$\Delta k = k \sqrt{\delta k_x^2 + \delta k_y^2}. \quad (43)$$

Для определения погрешности коэффициента b строятся две линии, параллельные графику зависимости. В качестве точек данных для верхней линии используются верхние границы погрешностей по y (рис. 13, б).

Если верхняя граница погрешности лежит ниже прямой, то в качестве верхней границы берется точка с той же абсциссой, лежащая на прямой. Так же по нижним границам погрешностей строится нижняя линия. Разность ординат построенных параллельных прямых Δb можно принять в качестве оценки погрешности коэффициента b .

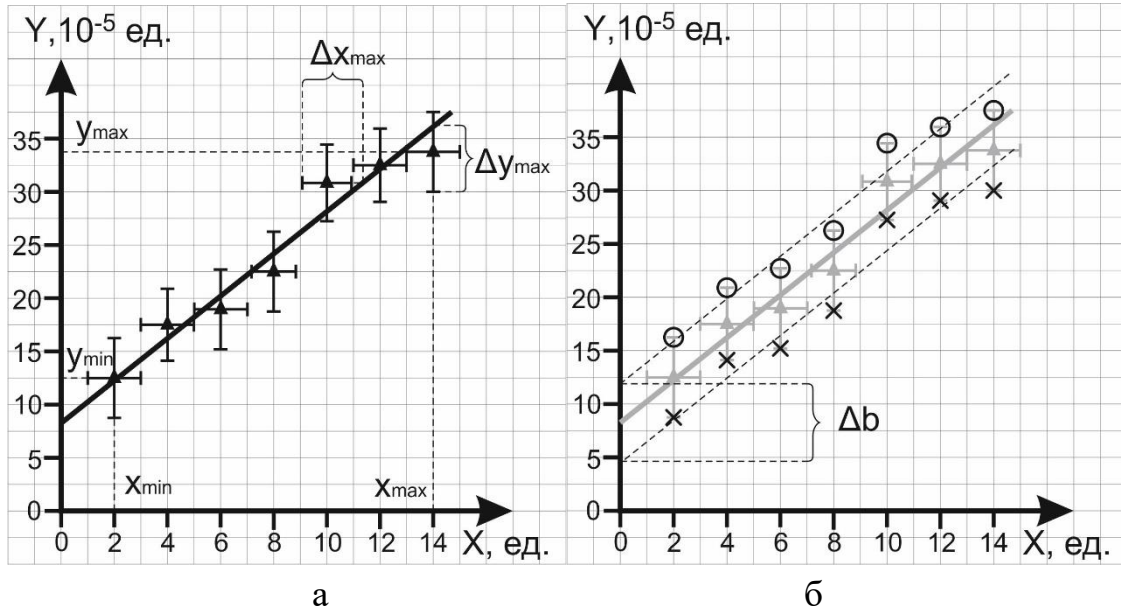


Рис. 13. Пример нахождения погрешностей Δk и Δb

Значительно более точным, хотя и более трудоемким методом вычисления коэффициентов k и b и их погрешностей является метод наименьших квадратов. В этом методе, который применим не только для линейной аппроксимации, находятся такие значения коэффициентов k_i произвольной функции

$$y = F(x, k_1, k_2, \dots), \quad (44)$$

для которых сумма квадратов отклонений экспериментальных точек от теоретической зависимости (44) будет наименьшей. Эта сумма имеет следующий вид:

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - F(x_i, k_1, k_2, \dots))^2. \quad (45)$$

Сумма S имеет минимум, когда равны нулю все частные производные S по коэффициентам k_i :

$$\frac{\partial}{\partial k_i} \sum_{i=1}^n (y_i - F(x_i, k_1, k_2, \dots))^2 = 0. \quad (46)$$

Решая полученную систему уравнений, находим значения коэффициентов k_1, k_2, \dots

В случае линейной аппроксимации зависимости линейными функциями $y = kx + b$ или $y = kx$ удобно предварительно вычислить ряд средних значений для n точек данных:

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \\ \langle y \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i; \\ \langle x^2 \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2; \\ \langle xy \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i; \\ \langle y^2 \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2. \end{array} \right. \quad (47)$$

Тогда для зависимости вида $y = kx$ коэффициент и его погрешность будут находиться по формулам:

$$\left\{ \begin{array}{l} k = \frac{\langle xy \rangle}{\langle x^2 \rangle}; \\ \Delta k = t_c \sqrt{\frac{1}{n-1} \left(\frac{\langle y^2 \rangle}{\langle x^2 \rangle} - k^2 \right)}, \end{array} \right. \quad (48)$$

где t_c – коэффициент Стьюдента.

Для зависимости вида $y = kx + b$ коэффициенты и их погрешности будут находиться по формулам:

$$\left\{ \begin{array}{l} k = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}; \\ b = y - kx; \\ \Delta k = t_c \sqrt{\frac{1}{n-2} \left(\frac{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - k^2 \right)}; \\ \Delta b = \Delta k \sqrt{\langle x^2 \rangle}. \end{array} \right. \quad (49)$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Информационно-измерительная техника и технологии: учеб. для вузов / В.И. Калашников, С.В. Нефедов, А.Б. Путилин и др.; под ред. Г.Г. Раннева. М.: Высш. школа, 2002.
2. Тартаковский Д.Ф., Ястребов А.С. Метрология, стандартизация и технические средства измерений: учеб. для вузов. М.: Высш. школа, 2001.
3. Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений. Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд., 1985.
4. Основы метрологии и электрические измерения / под ред. Е.М. Душина. Л.: Энергоиздат, 1987.
5. Физический практикум. Механика и молекулярная физика / под ред. В.И. Ивероновой. М.: Наука, 1967. С. 40-48.
6. Лабораторные занятия по физике / под ред. Л.Л.Гольдина. М.: Наука, 1983. С. 11-39.
7. Введение в физический лабораторный практикум: методические указания /Рязан. радиотехн. ин-т; сост.: А.Ю.Борисова, Н.В. Веселкин и др. Рязань, 1988. 40 с.
8. Аксенова Е.Н. Элементарные способы оценки погрешностей результатов прямых и косвенных измерений: учеб. пособие. М.: Изд-во МИФИ, 2003. 16 с.
9. Изучение электроизмерительных приборов: методические указания к лабораторной работе / Рязан. гос. радиотехн. ун-т; сост.: А.Е. Малютин, М.А. Буробин, В.И. Астахов; под ред. М.В. Дубкова. Рязань, 2007. 32 с.
10. Изучение измерительных приборов. Оценка погрешностей измерений физических величин: методические указания к лабораторной работе /Рязан. гос. радиотехн. ун-т; сост.: М.В. Дубков, А.В. Николаев; под ред. Б.И. Колотилина. Рязань, 2007. 12 с.